Subsysteme & Schwankungen.

Ergodisches System: $\varrho(\vec{\Gamma})$ bzw. $\hat{\varrho}$ sind stationär, Mittelwerte übes das Ensemble oder ein einzelnes Systems mit $t_M \to \infty$ sind gleichwertig. Betrachte ein stationäres, ergodisches mikrokanon. Vielteilchensystem, das hinreichend gross ist (N Teilchen). Spalte das System in M Subsysteme so auf, dass die Gesamtenergie des Subsystems $\ll$ Wechselwirkungsenergie mit Rest: z. Bsp. ist Volumen $\sim N$, während eine Schicht Δr der Oberfläche wie $\Delta r\, N^{2/3}$ skaliert. Δr genügend klein $\Rightarrow$ quasiabgeschlossenes System.

$\Rightarrow$ Zwei Subsysteme sind statistisch quasiunabhängig $\Rightarrow$ für $\vec{\Gamma} = (\vec{\Gamma}_1, \vec{\Gamma}_2)$, aufgespalten in die zwei Teilsysteme folgt dann für Aufenthaltswahrsch. um Punkt $\vec{\Gamma}$ in Volumenelement $d\Gamma_1 d\Gamma_2$: $dp(\vec{\Gamma}) = dp_1(\vec{\Gamma}_1)\, dp_2(\vec{\Gamma}_2)$

$$\Rightarrow \varrho(\vec{\Gamma}) \frac{d\Gamma}{h^{3N} N!} = \varrho_1(\vec{\Gamma}_1) \frac{d\Gamma_1}{h^{3N_1} N_1!} \varrho_2(\vec{\Gamma}_2) \frac{d\Gamma_2}{h^{3N_2} N_2!} \rightsquigarrow \varrho(\vec{\Gamma}) = \frac{N!}{N_1! N_2!} \varrho_1(\vec{\Gamma}_1) \varrho_2(\vec{\Gamma}_2)$$

M Subsysteme: $$\varrho(\vec{\Gamma}) = N! \prod_{k=1}^{M} \frac{\varrho_k(\vec{\Gamma}_k)}{N_k!} \quad ;; \quad N = N_1 + N_2 + \ldots + N_M.$$

Norm: $$\int \varrho_k(\vec{\Gamma}_k) \frac{d\Gamma_k}{h^{3N_k} N_k!} = 1.$$

Mittelwerte: Betrachte physikalische Observable $f_i = f_i(\vec{\Gamma}_i)$ und $h_j = h_j(\vec{\Gamma}_j)$ im i./j. Subsystem $(i \neq j) \Rightarrow \overline{f_i + h_j} = \overline{f_i} + \overline{h_j}$ & $\overline{f_i h_j} = \overline{f_i}\, \overline{h_j}$ aus Unabhängigkeit.

Denn: $$\overline{f_i h_j} = \int f(\vec{\Gamma}_i)\, h(\vec{\Gamma}_j)\, \varrho(\vec{\Gamma}) \frac{d\Gamma}{h^{3N} N!}$$
$$= \int f(\vec{\Gamma}_i) \varrho_i(\vec{\Gamma}_i) \frac{d\Gamma_i}{h^{3N_i} N_i!} \times \int h(\vec{\Gamma}_j) \varrho_j(\vec{\Gamma}_j) \frac{d\Gamma_j}{h^{3N_j} N_j!} \times \prod_{k \neq i,j} \int \varrho_k(\vec{\Gamma}_k) \frac{d\Gamma_k}{h^{3N_k} N_k!}$$
$$= \overline{f_i}\, \overline{h_j} \quad \text{II}$$

Sei f additiv (z. Bsp. Teilchenzahl) und unser System zusammengesetzt aus M makroskopisch identischen Subsystemen: Gesamtwert $f = \sum_1^M f_i$

$\Rightarrow$ Mittelwert $\overline{f} = \sum_1^M \overline{f_i} = M\, \overline{f_{sub}}$.

Mittlere quadrat. Schwankung: $$\overline{(\Delta f)^2} = \overline{(f - \overline{f})^2} = \overline{\sum_1^M (f_i - \overline{f_i}) \sum_1^M (f_j - \overline{f_j})}$$