Universität Potsdam	WS2018/19: Übung 12
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe Mi 15 Uhr/Do 10 Uhr für die Übung am 23./24. Jan 2019	Übung: Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] — 21 Punkte

1. Lorentz-Eichung — 8 Punkte

Zeigen Sie, dass die retardierten Potenziale

$$\Phi(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \mathrm{d}V'\frac{\rho(\vec{r}',t_r)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \qquad \vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \mathrm{d}V'\frac{\vec{j}(\vec{r}',t_r)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

die Lorentz-Eichung

$$\nabla\cdot\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} = 0$$

genügen.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst

$$\nabla\cdot\left(\frac{\vec{j}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right) = \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}(\nabla\cdot\vec{j}) + \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}(\nabla'\cdot\vec{j}) - \nabla'\cdot\left(\frac{\vec{j}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right),$$

wobei ∇ die Ableitung nach $\vec{r}$ und ∇' die Ableitung nach $\vec{r}'$ sind. Beachten Sie, dass $\vec{j}\left(\vec{r}',t-\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}\right)$ sowohl explizit als auch implizit von $\vec{r}'$ abhängt, während es von $\vec{r}$ nur durch $|\vec{r}-\vec{r}'|$ abhängt. Bestätigen Sie die Ausdrücke

$$\nabla\cdot\vec{j} = -\frac{1}{c}\dot{\vec{j}}\cdot(\nabla|\vec{r}-\vec{r}'|), \qquad \nabla'\cdot\vec{j} = -\dot{\rho} - \frac{1}{c}\dot{\vec{j}}\cdot(\nabla|\vec{r}-\vec{r}'|)$$

Berechnen Sie damit die Divergenz von $\vec{A}$.

2. Einschalten eines Stroms — 7 Punkte

In einem ungeladenen, unendlich langen, geraden Draht wird bei $t=0$ plötzlich ein konstanter Strom j eingeschaltet. Berechnen Sie die retardierten Potentiale Φ und $\vec{A}$ außerhalb des Drahtes, und damit die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$.

Hinweis: Variablensubstitution $\theta = t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}$ hilft.

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2018WSEDynamik/2018WSEDynanik.html

3. Potential eines sich bewegenden Elektrons **6 Punkte**

Betrachten Sie eine 1D-Welt nur mit x-Achse. Sei

x = Aufpunkt, also Ort, an dem das Potential Φ bestimmt wird
x' = Integrationsvariable, Quellpunkt
x_0 = Ort des Elektrons

Die Ladung des Elektrons ist $\rho(x,t) = e\,\delta(x - x_0(t))$.

(a) Wie lautet die retardierte Zeit $t_r = t - \dfrac{|x-x'|}{c}$ in Abhängigkeit von t, x, x' ?

(b) $\int \mathrm{d}x'$ im retardierten Potential Φ bedeutet wegen der δ-Funktion: $x' = x_0(t_r)$. Die Φ-Änderung passiert erst nach der Lichtlaufzeit bedingten Übertragungszeit mit der Verspätung $\dfrac{|x-x'|}{c}$ zur retardierten oder zurückverlegten Zeit t_r.

Indem Sie abwechselnd (a) und (b) anwenden, erhalten Sie eine unendlich lange Formel für $\Phi(x,t)$. Machen Sie je dreimal Schritt (a) und (b).