

## Übungsaufgaben zur Elektrodynamik<sup>2</sup>

**26 Punkte**

### 1. Besselfunktionen 1. Art

**9 Punkte**

Zeigen Sie, dass die Bessel'sche Differentialgleichung

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \alpha^2)y = 0$$

mit  $\alpha \in \mathbb{R}_+$  durch die Besselfunktionen 1. Art

$$J_\alpha(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m + \alpha + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m + \alpha}$$

gelöst wird. Beginnen Sie mit dem Potenzreihen-Ansatz

$$y = x^s \sum_{\lambda=0}^{\infty} a_\lambda x^\lambda$$

mit  $a_0 \neq 0$ .

### 2. Punktladung vor einem dielektrischen Halbraum

**5 Punkte**

Gegeben sei eine Punktladung vor einem dielektrischen Halbraum mit ebener Begrenzung.

- Bestimmen Sie das erzeugte elektrische Potenzial.
- Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Feldlinien.
- Betrachten auch den Fall, bei dem das zweite Medium durch einen elektrischen Leiter ( $\epsilon_2 \rightarrow \infty$ ) ersetzt wird.

### 3. Dipol und $\delta$ -Funktion

**6 Punkte**

Zeigen Sie auf drei verschiedenen Wegen, dass die Ladungsverteilung  $\rho(\vec{r}) = -(\vec{p} \cdot \nabla) \delta(\vec{r})$  einen elektrischen Dipol mit dem Moment  $\vec{p}$  beschreibt, der sich im Koordinatenursprung befindet:

- Berechnen Sie das elektrische Potential unmittelbar aus der gegebenen Ladungsverteilung.

<sup>1</sup>udo.schwarz@uni-potsdam.de

<sup>2</sup><http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2018WSEdynamik/2018WSEdynamik.html>

- b) Verwenden Sie die Poisson-Gleichung und das Potential des elektrischen Dipols.
- c) Gehen Sie von der Multipolentwicklung in kartesischen Koordinaten aus. Dabei ist insbesondere zu zeigen, dass alle vom Dipol-Moment verschiedenen Momente verschwinden.

**4.**

**Linearer Quadrupol und Oktopol**

**6 Punkte**

- a) Bestimmen Sie das Potential  $\varphi$  des linearen Quadrupols in großen Abständen. Die Ladungen  $q, -2q, q$  sind in den Abständen  $a$  auf der  $z$ -Achse angeordnet.
- b) Bestimmen Sie die Gleichung der Feldlinien eines linearen Quadrupols und zeichnen Sie den genäherten Verlauf der Feldlinien.