Universität Potsdam	WS2018/19: Übung 03
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe Mi 15 Uhr/Do 10 Uhr für die Übung am 7./8. Nov 2018	Übung: Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] 23 Punkte

1. Harmonische Funktionen 6 Punkte

Harmonische Funktionen nehmen ihre Extrema nur auf dem Rand an. Sei also f harmonisch und V ein Gebiet, auf dem f ein Extremum hat. Sei V echte Teilmenge eines größeren Gebietes U in dem f harmonisch ist. Hat man jetzt einen Widerspruch?

2. Neumann'sche Randbedingungen 4 Punkte

Ergänzen/erweitern Sie den Beweis der Vorlesung für Dirichlet'sche Randbedigungen auf Neumann'sche Randbedingungen:

Wenn f und g harmonisch im offenen Kern von V und $\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{\partial g}{\partial n}$ für die Normalenableitung auf dem Rand von V, dann $f = g+\text{const}$ in ganz V (und Rand).

3. Neumann-Problem 4 Punkte

Welche Lösungen besitzt das Neumann-Problem $\Delta u = 0$ in D und $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ auf ∂D ? Hierbei ist D eine beschränkte, offene Menge, in der der Gauß'sche Satz angewandt werden darf.

4. Harmonische Funktion 3 Punkte

Geben Sie eine in der Kugelschale $1 < r < 2$ harmonische Funktion $u(\vec{r})$ mit $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$ an, die für $r = 1$ bzw. $r = 2$ die konstanten Werte 5 bzw. 4 annimmt.
Tipp: Aus Symmetriegründen kann u als nur von $r = |\vec{r}|$ abhängig angenommen werden.

5. Harmonische Funktionen bei Kugelkoordinaten 6 Punkte

Wie lautet die Laplacegleichung in Kugelkoordinaten bei Azimutalsymmetrie? Machen Sie einen Separationsansatz. Wie lauten die resultierenden Differentialgleichungen? Zeigen Sie die Verbindung auf zur Differentialgleichung

$$\frac{d}{dy}\left[(1-y^2)\frac{dP_l(y)}{dy}\right] + l(l+1)P_l(y) = 0,$$

wobei $y \in [-1, 1]$ eine reelle Variable ist.

Können Sie ein Argument geben, warum die Separationskonstante die Form $l(l+1)$ haben muss, mit $l \in \mathbb{N}$?

---

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de

[2] http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2018WSEDynamik/2018WSEDynanik.html