Universität Potsdam	WS2018/19: Übung 02
Institut für Physik und Astronomie	Vorlesung: Feldmeier
Abgabe Mi 15 Uhr/Do 10 Uhr für die Übung am 31./1. Okt/Nov 2018	Übung: Schwarz[1]

Übungsaufgaben zur Elektrodynamik[2] **26 Punkte**

1. Divergenz in Kugelkoordinaten **8 Punkte**

Leiten Sie, ausgehend von der Definition

$$\mathrm{div}\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{\Delta V(\vec{r})\to 0} \frac{1}{\Delta V(\vec{r})} \oint_{\partial\Delta V(\vec{r})} \mathrm{d}\vec{a}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r}),$$

die Darstellung der Divergenz in Kugelkoordinaten her. $\partial\Delta V(\vec{r})$ bezeichnet die Berandungsfläche des räumlichen Gebietes $\Delta V(\vec{r})$.

2. Rotor **8 Punkte**

Es seien u, v, w Koordinaten in einem lokal orthonormalen System von Einheitsvektoren $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$. Die metrischen Faktoren seien $h_1(u,v,w), h_2(u,v,w), h_3(u,v,w)$ (d.h. Längenänderung = metrischer Faktor × Koordinatenänderung). Leiten Sie die Darstellung der Rotation eines Vektorfeldes in diesem System aus der Definition

$$\mathrm{d}\vec{a} \cdot \mathrm{rot}\,\vec{E} = \oint_{\partial \mathrm{d}\vec{a}} \mathrm{d}\vec{l} \cdot \vec{E}$$

her, wobei $\partial\mathrm{d}\vec{a}$ die Randkurve der infinitesimalen Fläche $\mathrm{d}\vec{a}$ mit dem Randelement $\mathrm{d}\vec{l}$ bezeichnet.

Wie lauten die metrischen Faktoren in Zylinderkoordinaten h_ρ, h_φ, h_z ? Geben Sie den Rotor in in Zylinderkoordinaten an.

3. Elektrisches Feld beim Hohlzylinder **6 Punkte**

Betrachten Sie einen homogen geladenen Hohlzylinder mit der Ladungsdichte

$$\varrho(r,\varphi,z) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \le r < a \\ \varrho_0 & \text{für } a \le r \le b \\ 0 & \text{für } b < r \end{cases}$$

wobei $r = \sqrt{x^2+y^2}$ der Radius in Zylinderkoordinaten sei. Der Hohlzylinder habe eine Länge $L \gg b$, so dass Sie Randeffekte vernachlässigen dürfen und sollen. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ im Innenraum des Hohlzylinders ($r < a$), im Außenraum ($r > b$) und dazwischen ($a \le r \le b$).

[1] udo.schwarz@uni-potsdam.de
[2] http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2018WSEDynamik/2018WSEDynanik.html

<u>4.</u> Laplace- und Poisson-Gleichung $\boxed{\textbf{4 Punkte}}$

a) Zeigen Sie $\Delta(1/r) = 0$ für r ungleich 0 koordinatenfrei, nur mit der Definition von Divergenz und Gradient!

b) Zeigen Sie $\Delta(1/r) = -4\pi\delta(\vec{r})$, indem Sie eine ϵ-Kugel um den Nullpunkt betrachten, und über ihre Randfläche integrieren.