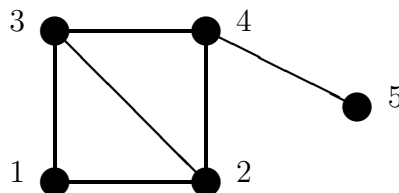


## Übungsblatt 13, Abgabe am 31.1.2008

### 13 Klausurvorbereitung (40 Punkte)

#### Aufgabe 13.1 (15 Punkte)

- Geben Sie die Definitionen für die Begriffe *Attraktor* und *Bassin* an. Erläutern Sie die Begriffe an einem Beispiel. (3 P)
- Definieren Sie die allgemeine Form der Rekurrenz-Matrix  $R_{ij}$ . Erläutern Sie anhand dieser Matrix den Begriff *Rekurrenz-Plot* (2 P). Stellen Sie mittels einer Skizze den Rekurrenz-Plot für eine periodische Bewegung der entsprechenden Trajektorie im Phasenraum gegenüber (1 P). Welche Darstellungen ergeben sich für gleichverteiltes weißes Rauschen (1 P)?
- Nennen Sie die Voraussetzungen für das Auftreten von stochastischer Resonanz. (2 P)
- Erläutern Sie die drei typischen Netzwerke. (3 P)
- Schreiben Sie die Nachbarschaftsmatrix (Adjazenz-Matrix) für den folgenden Graphen auf (2 P) und geben Sie dessen die Knotengradverteilung an (1 P):



#### Aufgabe 13.2 (6 Punkte)

#### Fraktale Dimension von 2-dim Cantor-Menge und Attraktoren der logistischen Abbildung

- Wie ist die Box-Dimension definiert? (1 P)
- Berechnen Sie auf Grundlage dieser Definition die fraktale Dimension der zweidimensionalen Cantor-Menge (2 P) und deren Fläche (1 P).
- Geben Sie die fraktalen Dimensionen der Attraktoren der logistischen Abbildung  $x_{n+1} = r x_n (1 - x_n)$  für die Kontrollparameter  $r \in (0, r_\infty)$  an. Begründen Sie Ihre Aussage (2 P).

### Aufgabe 13.3 (10 Punkte)

**Lyapunov-Exponent und 1-dimensionale Abbildung:** Gegeben sei ein dynamisches System mit der Iterationsvorschrift

$$x_{n+1} = x_n e^{k(1-x_n)} \quad (1)$$

mit  $k, x_n \in \mathbb{R}$ .

- a) Berechnen Sie die Fixpunkte (2 P) und deren Stabilitätseigenschaften (2 P) des in Gl. 1 gegebenen Systems.
- b) Stellen Sie die Fixpunkte in einer Stabilitätskarte/Bifurkationsdiagramm  $x^*(k)$  dar (2 P).
- c) Berechnen Sie den Lyapunov-Exponenten für die Bewegung auf dem Attraktor der 1-dimensionalen Abbildung für den Kontrollparameterbereich  $k < 2$  und stellen Sie  $\lambda(k)$  grafisch dar (3 P).
- d) Kommentieren Sie  $\lambda(k)$  (1 P).

### Aufgabe 13.4 (9 Punkte)

Der **Van der Pol-Oszillator** sei durch das Differenzialgleichungssystem

$$\dot{x} = y \quad (2)$$

$$\dot{y} = -x + \mu(1 - x^2)y \quad (3)$$

gegeben.

- a) Berechnen Sie den oder die Fixpunkt(e) des Systems (2 P) und führen Sie anhand der Eigenwerte der Jacobi-Matrix eine Stabilitätsanalyse durch (2 P).
- b) Klassifizieren (4 P) Sie unter Verwendung der Eigenwerte den Phasenraumfluss in der Nähe des oder der Fixpunkte.
- c) Skizzieren Sie den entsprechenden Phasenraumfluss für den Fall  $0 < \mu < 2$ . (1 P)

<http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2007WS-NLD/nld07.html>