Übungsblatt 9, Abgabe am 20.12.2006

9 Rekurrenz-Plots (33 P)

Aufgabe 9.1 (5 Punkte)
Dynamische Entropien Berechnen Sie die Blockentropie der Ordnung n unabhängiger Symbolsequenzen.

Aufgabe 9.2 (16 Punkte)
Phasenraumrekonstruktion, Rekurrenz-Plot & Dimensions-Schätzung

a. Integrieren Sie das Differenzialgleichungssystem des Lorenz-Systems für die Standardparameter ($\sigma = 10, b = 8/3, r = 28$) und stellen Sie ein Trajektoriensegment $\vec{x}(t)$ und die entsprechenden drei Komponenten $x_i(t)$ grafisch dar.

b. Rekonstruieren und plotten Sie ein Trajektoriensegment auf dem Lorenz-Attraktor einmal unter Verwendung der x_1-Komponente und ein weiteres Mal unter Verwendung der x_3-Komponente.

c. Plotten und kommentieren Sie je drei ausgewählte Rekurrenz-Plots für die Komponenten x_1 und x_3.

Siehe auch:

`http://www.agnld.uni-potsdam.de/~marwan/rp/rp_www.php`
`http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/TISEAN_2.1/docs/contents.html#embedding`
`(http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/TISEAN_2.1/index.html)`

Aufgabe 9.3 (12 Punkte)
a. Die Hénon-Abbildung $x_{n+1} = a - x_n^2 + by_n, \quad y_{n+1} = x_n$ zeigt für die Parameterwerte $a = 1.4$ und $b = 0.3$ chaotische Dynamik und besitzt einen fraktalen Attraktor. Erzeugen Sie eine Trajektorie dieser Abbildung (etwa 50000 Schritte) und zeigen Sie das Ergebnis in einem Streudiagramm (Phasenraumdarstellung der Trajektorie) an, um einen Eindruck von der Struktur des Attraktors zu bekommen. Nehmen Sie dann die Daten der x-Komponente, rekonstruieren Sie gemäß $e_n = x_n$, $f_n = x_{n+\tau}$ die Trajektorie mittels verschiedener Delays τ 1, 2, ... und plotten Sie die entsprechenden Trajektorien im Phasenraum. Welche Wahl für das Delay ergibt das klarste Bild (vergleichen Sie mit dem ursprünglichen Phasenraum) ?

Hinweis: Zur Bearbeitung dieser Aufgabe können Sie das TISEAN-Programmpaket verwenden, `http://www.mpipks-dresden.mpg.de/~tisean/TISEAN_2.1/index.html`; die benötigten Programme heißen `henon` und `delay`. Diagramme der Daten können Sie z.B. mittels `gnuplot` erzeugen.

b. Schätzen Sie die Korrelationsdimension D_2 des Attraktors aufgrund von Einbettung aus einer Komponente mit $\tau = 1$ und Einbettungsdimension $m = 1 \ldots 4$. Stellen Sie den

Zusammenhang zwischen der Korrelationssumme $C_2(r)$ und der Skalengröße r grafisch dar mit doppeltlogarithmischen Achsen. Wie interpretieren Sie das Ergebnis? Geben Sie numerische Schätzwerte für D_2 an. Welchen Einfluss hat m? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem in der Vorlesung oder Literatur angegebenen Wert.

Hinweis: Verwenden Sie das TISEAN-Programm `d2`; es berechnet u.a. $C_2(r)$ in Abhängigkeit von r, jeweils für mehrere Einbettungsdimensionen m (Ergebnisdatei `.c2`).

http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrangebot/2006WS-NLD/nld06.html
jkurths@agnld.uni-potsdam.de oder shw@agnld.uni-potsdam.de

Tipps zu gnuplot, TISEAN & matlab

Pfad fuer TISEAN-Binaries in der Bash-Shell setzen: Die Datei .bashrc durch das Kommando

```
export PATH=$PATH:/data/myscripts
ergaenzen!

Aufruf mit gnuplot . Verlassen mit  quit

Plot einer Henon-Trajektorie:
plot"<henon -l100"  unter tcsh
oder plot"<./henon -l100" unter bash

plot  [1:12] sin (x) with line 5, exp(x)/2000
plot "< delay -d 1 henon.dat" w d
p [t=0:1] 3.5*t*(1-t), t
p 'name1' w l (i lp d st fst hist boxes) lt 2 lw 3, 'name2'

Einige gnuplot Kommandos zur Gestaltung des Plots:
set size square
set xlabel 'X' set ylabel 'X'
set autoscale xy
set yrange [0.5:2.5]
set xrange [-20.:20]
set size
set xlabel ""
set ylabel ""
set nologscale y
set nologscale x

Rausschreiben einer PostScript-Datei unter gnuplot:

set term postscript landscape 'Helvetica' 14
set output 'name.ps'
splot "<./delay -m3 -d10 w l name.dat"
set term x11

Kovarianzfunktion:
plot"<corr -D200 component.dat"w lp
```

Mutual Information:
```
plot"<mutual -b50 -D30 component.dat"w lp
```

Phasenraum-Darstellung:
```
plot "<delay -m3 -d10 w l  name.dat"
splot "<delay -m3 -d10 w l name.dat"
```

Rekurrenzplot mittels gnuplot
```
plot "<recurr -m3 -d10 -r2 -%50 x.dat"
```

Space-Time-Separation:
```
plot"<stp -d2 -m2 component.dat"w lp
```

Bestimmung der Einbettungsdimension:
```
plot"<false_nearest -m2 -M7 -d6  amplitude.dat" w l
```

Korrelations-Dimension:
```
d2 name.dat -d8 -t100 -o
plot ’name.dat.c2’,.01*x**2.13
```

Lyapunov-Exponent:
```
lyap_k amplitude.dat -M6 -m3 -d8 -t100 -s500 -r.1 -o
plot[1:200]"amplitude.dat.lyap"w lp,-4.7+0.013*x
```

Matlab-Tutorial:

http://www.agnld.uni-potsdam.de/~marwan/matlab-tutorials/

Matlab-Kommandos:

```
% Datenreihe darstellen:
plot(x)
plot(t, x)
plotyy(t1, x1, t2, x2)

% logarithmische Darstellung y-Achse:
semilogy(x)
semilogx(x)

% doppeltlogarithmische Darstellung:
loglog(x)

% Phasenraumdarstellung in 3D:
plot3(x(:, 1), x(:, 2), x(:, 3))

% Phasenraumrekonstruktion in 3D:
m = 3; tau = 10;
i = 1:length(x) - (m-1)*tau;
plot3(x(i), x(i + tau), x(i + 2*tau))
```

```
% weitere n"utzliche Kommandos
xlabel('Zeit'), ylabel('Temperatur')
title('Messung am 1.1.1900')
xlim([30 600]), ylim([-20 20])

% Einladen von Daten:
x = load('henon');

% CRP Toolbox n"otig

% Autokorrelationsfunktion:
acf(x,200)

% Mutual information:
mi(x,200)

% Anzahl falscher n"achster Nachbarn:
fnn(x)

% Recurrence Plot:
crp(x)
crp(x,3,10,.1,'fan','non')
X = crp(x,3,10,.5,'euc','nogui'); imagesc(X)

% Cross Recurrence Plot:
crp(x,y)

% Joint Recurrence Plot:
jrp(x,y)

% Recurrence Quantification Analysis:
crqa(x,3,5,.1,'euc',100,20)

% Korrelationssumme:
m = 5;
RR = [];
h = waitbar(0,'Korrelationsdimension');
for epsilon = 0.1:.1:5, waitbar(epsilon/5)
    Y = crqa(x,m,5,epsilon,'sil');
    RR = [RR; Y(1)];
end
delete(h)
loglog(0.1:.1:5, RR)
```