

Nonlinear Data Analysis and Modeling in Sciences

Lectures on Thu 15:15-16:45 & Fri 11:00-12:30, room 1.09.1.15 & 1.08.0.50 J. Kurths & M. Thiel

Exercise in room 1.19.423 (Computer pool)

M. Thiel & U. Schwarz

Group 1 on Tuesday 11:15-12:45

Group 2 on Thursday 11:15-12:45

Exercise 4, Due date 29.06.2006**Frage 1: Stochastische Prozesse und deren Spektraldichte (Power-Spektrum):**

a) Berechnen und skizzieren Sie die Autokorrelationsfunktionen und das Powerspektrum für weißes Rauschen mit der Varianz σ_X^2 und einen periodischen Prozess mit der Periode T . (4 P.)

b) Geben Sie die Spektraldichte für einen exponentiell korrelierten Zufallsprozess mit der Korrelationszeit τ_{corr} und für einen Zufallsprozess mit der Autokorrelationsfunktion

$$C(\tau) = \sigma^2 e^{-|\tau|/\tau_{corr}} \cos \omega_0 \tau$$

an. Skizzieren Sie jeweils eine mögliche Realisierung x_t des Prozesses X_t , die Autokorrelationsfunktion $C_X(\tau)$ und die Spektraldichte $S_X(\omega)$. (2 P.)

Frage 2: Periodogramm

Beweisen Sie folgende Eigenschaften des Periodogramms: $I_X(0) = 0$ und $I_X(-f) = I_X(f)$. (2 P.)

Frage 3: Auto-Kovarianzfunktion

Zeigen Sie, dass die Auto-Kovarianzfunktion $\gamma_{XX}(\tau)$ kovarianzstationärer reelwertiger Prozesse X_t symmetrisch in der Zeit τ ist. Wie verhält sich die Auto-Kovarianzfunktion des Prozesses $X_t = \exp(i(\omega t + \phi))$ bei der Zeitspiegelung? ϕ sei iid gleichverteilt. (2 P.)

Frage 4: Wahrscheinlichkeitsdichte

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte und Autokorrelationsfunktion eines harmonischen Prozesses $X(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ mit gleichverteilter Phasenverschiebung ϕ . Welche typischen physikalischen Modelle führen auf harmonische Prozesse? Nennen Sie die wesentlichen physikalischen Annahmen dieser Modelle. Nennen Sie mindestens zwei physikalische Objekte, die durch diese Prozessklasse phänomenologisch hinreichend approximiert werden. (2 P.)

Frage 5: Autokovarianzfunktion und Zeitreversibilität

Ein Prozess ist genau dann zeitreversibel, wenn die Wahrscheinlichkeitsstruktur von $X(-t)$ mit der von $X(t)$ übereinstimmt. Zeigen Sie, dass stationäre lineare Gaußsche Prozesse zeitreversibel sind. (2 P.)

Frage 6: Korrelation und Abhängigkeit

Zwei Zufallsgrößen X und Y seien wie folgt definiert: $X \in \{-1, 0, 1\}$ mit $P(X = x) = 1/3$ und $Y = X^2$. Berechnen Sie die ersten zwei Momente von X und Y . Sind die beiden Zufallsgrößen korreliert oder abhängig? (2 P.)

Frage 7: Periodogramm

Erläutern Sie drei typische Phänomene, die bei der Deutung eines Periodogramms auftreten können.

Wie hoch ist die maximale Frequenz f_{Ny} , die einem Periodogramm $I_X(f)$ entnommen werden kann, falls der Messpunktabstand 0.5 Sekunden beträgt? **(2 P.)**

<http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehrrangebot/2006SS-DAM/2006SS-DAM.html>