Universität Potsdam, Institut für Physik	SS 2005
Lineare und nichtlineare Methoden der Zeitreihenanalyse	
Vorlesung am Freitag 11:00-12:30, Raum 1.19.415	J. Kurths
Übung in Raum 1.19.423 (Computerpool)	U. Schwarz
Gruppe 1 am Dienstag 9:30-11:00	Gruppe 2 am Donnerstag 12:45-14:15

Aufgabenblatt 2, Abgabe 26.5.2005

Aufgabe 1: Prüfen Sie die Alternativhypothese $\mu_1 \neq \mu_2$ auf den Signifikanzniveaus von 1 und 5 %: $n_1 = 29$, $m_1 = 43.7$, $s_1^2 = 31.44$, $n_2 = 31$, $m_2 = 40.2$, $s_2^2 = 24.55$.

Ist die Gleichheit der Varianzen gegeben? Diskutieren Sie die Resultate.
(2 P.)

Aufgabe 2: Gegeben seien je zwei Zufallsgrößen X und Y. Skizzieren Sie die Scatterplots und geben Sie die Korrelationskoeffizienten für folgende typische Fälle an: a) X und Y antikorreliert, b) X und Y unkorreliert, c) X und Y korreliert und d) X und Y unkorreliert, aber abhängig.
(4 P.)

Aufgabe 3: Zwei Zufallsvariable X und Y sind Orthogonal zueinander ($X \perp Y$), wenn $E[XY] = 0$ gilt. Beweisen Sie folgende Aussagen:

a) Wenn X und Y unkorreliert sind, dann gilt $X - \mu_X \perp Y - \mu_Y$ ($E[XY] = 0 \Longleftrightarrow X \perp Y$).

b) Wenn X und Y unkorreliert sind und μ_X oder μ_Y verschwindet, so ist $X \perp Y$.

c) Falls zwei Zufallsvariable unabhängig sind, dann sind sie auch unkorreliert.

d) Unter welcher Bedingung sind unkorrelierte Zufallsvariable auch unabhängig?

e) Unter welcher Bedingung gilt für Zufallsvariablen X, Y, Z mit $Z = X + Y$: $\sigma_Z^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$?
(5 P.)

Aufgabe 4: Gegeben sei ein stochastischer Prozess X_t, $t \in \mathbb{R}$ mit $X_t = A\cos(2\pi\nu t) + B\sin(2\pi\nu t)$. Dabei sei ν eine fest vorgegebene Konstante und A und B voneinander unabhängige Zufallsvariablen gemäß $A \sim N(\mu_A, \sigma_A^2)$ und $B \sim N(\mu_B, \sigma_B^2)$.

Untersuchen Sie die Stationarität des Prozesses. Unter welchen Bedingungen ist der Prozess mittelwertstationär, unter welchen außerdem kovarianzstationär? Geben Sie für diesen Fall die Autokovarianzfunktion $C(\tau)$ und die Autokorrelationsfunktion $\rho(\tau)$ an. Wann genau ist der Prozess stationär im schwachen Sinn?
(5 P.)

Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass die Auto-Kovarianzfunktion $\gamma_{XX}(\tau)$ kovarianzstationärer reellwertiger Prozesse X_t symmetrisch in der Zeit τ ist. Wie verhält sich die Auto-Kovarianzfunktion des Prozesses $X_t = \exp(i\omega t)$ bei der Zeitspiegelung?
(3 P.)