

## Übungsblatt 13, Abgabe am 27.1.2005

### 13 Wiederholung (18 P)

#### Aufgabe 13.1 (9 Punkte)

Berechnen Sie das Lyapunov-Spektrum für die zwei entkoppelten Zelt-Abbildungen

$$x_{n+1} = A \min(x_n, 1 - x_n) \quad (1)$$

$$y_{n+1} = B \min(y_n, 1 - y_n) \quad (2)$$

Für welche  $A$  und  $B$  ist das System dissipativ? Stellen Sie den Parameterbereich  $B(A)$  für den dissipativen Fall grafisch dar.

Stellen Sie die Cobwebs für die beiden Zustandsvariablen  $x_n$  und  $y_n$  für einen ausgewählten dissipativen Fall dar.

Kommentieren Sie die Dynamik der beiden Zustandsvariablen.

#### Aufgabe 13.2 (9 Punkte)

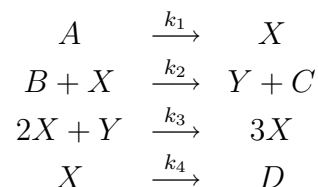
**Bifurkationsanalyse:** Skizzieren Sie die Lage aller Fixpunkte der Gleichung

$$\dot{x} = -x(x^2 + 2x - \mu)(x^2 + \mu^2 + 4\mu + 3)(x^2 + 4x + \mu^2 + 3)(x^2 - x + \mu^2 - 6\mu + \frac{33}{4})$$

in einem Bifurkationsdiagramm (einer Stabilitätskarte)  $x(\mu)$ . Untersuchen Sie die Stabilität der Fixpunkte. Geben Sie die auftretenden Bifurkationstypen an!

#### Aufgabe 13.3 (9\* Punkte)

**Stabilitätskarte der Fixpunkte des Brüsselators:** Die Reaktionskinetik einer oszillierenden chemischen Reaktion lässt sich stark vereinfacht mit dem Brüsselator-Modell



beschreiben. Die großen Buchstaben stehen für die Konzentrationen chemischer Substanzen.  $X$  und  $Y$  bezeichnen Konzentrationen der beiden chemischen Komponenten, die sich im Laufe der Zeit ändern können.  $A$  und  $B$  beschreiben Konzentrationen zweier weiterer chemischer Substanzen, die als Kontrollparameter des Systems dienen. Die Konzentrationen  $C$  und  $D$  können als konstant betrachtet werden. Die  $k_i$  bezeichnen die Reaktionsgeschwindigkeiten.

Machen Sie sich die Gestalt der Bewegungsgleichungen  $[\dot{X} = A - (B + 1)X + X^2Y$  und  $\dot{Y} = BX - X^2Y]$  für die Konzentration der Spezies  $X$  und  $Y$  klar und charakterisieren Sie die Fixpunkte des Systems in Abhängigkeit von den Konzentrationen  $A$  und  $B$  für den Fall  $k_i = 1$ . Veranschaulichen Sie das Resultat mittels einer Stabilitätskarte  $B(A)$ .