

## Übungsblatt 1, Abgabe am 21.10.2004

### 1 Fixpunkte & Stabilitätskarten (24 P)

#### Aufgabe 1.1 (8 Punkte)

- a. Gegeben sei die logistische Abbildung  $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$ . Stellen Sie für die Parameter  $r = 2.8, 3.3$  und  $3.7$  ausgewählte Trajektorien der Abbildungen grafisch dar und ordnen Sie die Begriffe Fixpunkt, Grenzyklus (Periode 2) und Chaos zu. (6 P)
- b. Betrachten Sie die parameterfreie Zelt-Abbildung (*tent map*)  $x_{n+1} = 1 - 2|x_n - \frac{1}{2}|$ . Berechnen Sie die Fixpunkte und deren Stabilitätseigenschaften. Skizzieren Sie das Cobweb und die Trajektorie für einen beliebigen Anfangswert  $x_0$  und nur wenige Iterationen. (2P)

#### Aufgabe 1.2 (7 Punkte)

- a. Berechnen Sie die Fixpunkte der logistischen Abbildung und kennzeichnen Sie die Stabilität der Lösungen. Stellen Sie die entsprechende Stabilitätskarte dar. (4 P)
- b. Zeigen Sie, dass der von der logistischen Abbildung im Parameterbereich  $3 < r < 1 + \sqrt{6}$  liegende Periode-2-Grenzyklus (2-periodischer Orbit) stabil ist. (3 P)

#### Aufgabe 1.3 (9 Punkte)

- a. Gegeben sei die gewöhnliche Differentialgleichung  $\dot{x} = f(x)$ . Finden Sie sowohl geometrisch als auch analytisch Fixpunkte und Stabilitätseigenschaften der Lösungen für  $f(x) = \sin x$  und  $f(x) = rx(1 - x)$ . (4 P)
- b. Linearisieren Sie das zwei-dimensionale System

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \alpha(1 - x) - \frac{xy}{1 + x} \\ \dot{y} &= \frac{xy}{1 + x} - \beta y,\end{aligned}$$

mit  $\alpha = 0.2$  und  $\beta = 0.4$ , und berechnen Sie die Jacobi-Matrix. Anhand dieser sollen die Fixpunkte und deren Stabilität ausgerechnet werden. (5 P)

Aktuelle Informationen zu Vorlesung und Übung:

<http://www.agnld.uni-potsdam.de/~shw/Lehre/lehreangebot/2004WS-NLD/2004WS-NLD.html>

Fragen, Tipps & Kritiken bitte direkt an

[jkurths@agnld.uni-potsdam.de](mailto:jkurths@agnld.uni-potsdam.de), [thiel@agnld.uni-potsdam.de](mailto:thiel@agnld.uni-potsdam.de) oder [shw@agnld.uni-potsdam.de](mailto:shw@agnld.uni-potsdam.de).