

12. Magnetostatik

1. (6 Punkte)

Ein unendlich langer zylindrischer Leiter mit Innenradius R_1 und Aussenradius R_2 wird durch einen Strom I durchflossen. Die Stromdichte \vec{j} sei im Leiter homogen. Wie groß ist das durch den Strom I erzeugte Magnetfeld $\vec{B} = (B_r, B_\varphi, B_z)$ als Funktion der Zylinderkoordinaten (r, φ, z) ? Nutzen Sie das Ampere'sche Gesetz. Nutzen Sie Geometrieüberlegungen.

- (a) Innerhalb des Hohlleiters $r < R_1$
- (b) Im Leiter selbst $R_2 < r < R_1$
- (c) Außerhalb des Leiters $r > R_2$

2. (6 Punkte)

Vektoridentitäten, die in der Vorlesung verwendet wurden.

- (a) Zeigen Sie, dass Wirbelfelder quellenfrei sind, d.h.

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{A} = 0$$

- (b) Zeigen Sie, dass für ein Vektorfeld \vec{A} in der Coulomb-Eichung folgendes gilt (Siehe Vorlesung):

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = -\Delta \vec{A}$$

Dazu zeigen Sie zunächst die allgemeine Vektoridentität:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A}$$

Daraus folgt sofort obige Identität für die Coulomb-Eichung $\operatorname{div} \vec{A} = 0$.

- (c) Zeigen Sie, dass für das Produkt eines skalaren Feldes φ und eine Vektorfeldes \vec{A} gilt

$$\operatorname{rot}(\varphi \vec{A}) = \varphi \operatorname{rot} \vec{A} + \operatorname{grad} \varphi \times \vec{A}$$