

## 11. Elektrostatik, Gaußscher Satz

1. (4 Punkte)

Ein sehr langer Zylinder der Länge  $l$  habe eine Ladungsdichte, die proportional zum Abstand von der Zylinderachse ist  $\rho(\vec{r}) = kr$ . Finden Sie das elektrische Feld innerhalb des Zylinders.

**Hinweis:**

Der Radius des Zylinders spielt keine Rolle. Legen Sie die Zylinderachse in die z-Koordinatenrichtung und benutzen Sie Zylinderkoordinaten. Legen Sie zur Berechnung der Feldstärke im Abstand  $r$  einen inneren Zylinder mit dem Radius  $r$  um die Achse und wenden Sie den physikalischen Gaußschen Satz an, der Fluss durch den Zylinder ist gleich  $1/\epsilon_0$  mal der eingeschlossenen Ladung. Der Zylinder soll lang sein, so dass Randeffekte keine Rolle spielen und nur die Komponente  $E_r$  von Null verschieden ist, d.h. durch die Zylinderenden ist der Fluss gleich Null, da dort Flächenvektor und  $\vec{E}$  senkrecht aufeinander stehen.

2. (2+2+2+2 Punkte)

In einem Kugelkondensator sei die innere Sphäre mit dem Radius  $R_1$  mit der positiven Flächenladungsdichte  $\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$  und die äußere Sphäre mit dem Radius  $R_2$  mit der negativen Flächenladungsdichte  $\sigma_2 = -\frac{Q}{4\pi R_2^2}$  belegt.

- Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke  $E_r$  als Funktion von  $r$  für die drei Fälle a)  $0 \leq r < R_1$ , b)  $R_1 \leq r < R_2$  und c)  $R_2 < r$ .
- Berechnen Sie das elektrische Potential  $\varphi(r)$  unter der Bedingung, dass es im Unendlichen verschwindet und bestimmen Sie die am Kondensator angelegte Spannung.
- Wie groß ist die Kapazität  $C$  des Kugelkondensators?
- Berechnen Sie die Energie der elektrischen Feldstärke, die im Kugelkondensator gespeichert ist.