

10. Elektrostatik, Gaußscher Satz

1. (2 Punkte)

\vec{r} ist der dreidimensionale Radiusvektor und \vec{r}_0 sei ein konstanter Vektor. Berechnen Sie den folgenden Ausdruck:

$$-\text{grad} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$

2. (4 Punkte)

Gegeben sei das elektrostatische Potential einer homogen geladenen Kugel mit Radius R und der Gesamtladung Q (siehe Vorlesung):

$$\varphi(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} & \text{für } r > R, \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2R^3} (3R^2 - r^2) & \text{für } r \leq R. \end{cases}$$

Berechnen Sie das zugehörige elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$.

3. (5+1 Punkte)

Der Raum zwischen zwei konzentrischen Kugeln mit dem Radius R_i und R_a ($R_i < R_a$) sei mit einer homogenen Ladungsdichte ρ_0 aufgeladen. Außerhalb der sphärischen Kugelschale, d.h. für $r < R_i$ und $r > R_a$, sei die Ladungsdichte $\rho = 0$.

- (a) Berechnen Sie mittels des Gaußschen Satzes die elektrische Feldstärke für a) $0 \leq r < R_i$, b) $R_i \leq r < R_a$ und c) $R_a < r$.
- (b) Skizzieren Sie den Betrag $|\vec{E}|$ als Funktion des Abstandes $r = |\vec{r}|$ vom Mittelpunkt der Kugel.