

## 7. Lagrangesche Gleichungen 2. Art

1. (4 Punkte)

Die Atwoodsche Fallmaschine besteht aus einer masselosen Rolle (Radius  $R$ ), über die zwei Massen miteinander verbunden sind (siehe Abb. unten links).

- (a) Bestimmen sie die Zwangsbedingungen.
- (b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf, bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für die verallgemeinerte Koordinate  $y_1$  u. lösen Sie diese..

2. (4 Punkte)

Betrachten ebenes Doppelpendel mit zwei gleichen Massen  $m = m_1 = m_2$  (siehe Abb. unten rechts).

- (a) Bestimmen Sie für das Doppelpendel die Zwangsbedingungen und drücken Sie die kartesischen Koordinaten durch die generalisierten Koordinaten  $\phi_1$  und  $\phi_2$  aus.
- (b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen für  $\phi_1$  und  $\phi_2$ .

3. (4 Punkte)

Die Position eines Teilchens werde durch Zylinderkoordinaten  $(r, \varphi, z)$  beschrieben. Die potenzielle Energie des Teilchens sei

$$U(r, \varphi) = a \ln \left( \frac{r^2}{r_0^2} \right) + b \sin(\varphi)$$

- (a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.
- (b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen für  $r$  und  $\varphi$ .

