

## 4. Konservative Felder und Zentralkräfte

1. (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß ein Zentralfeld, deren Kraft auf ein Massenpunkt nur vom Betrag des Radiusvektors  $r = |\vec{r}|$  abhängt, d.h. die Form

$$\vec{F} = f(r) \vec{e}_r = f(r) \frac{\vec{r}}{r}$$

hat, ein konservatives Feld ist.

**Hinweis:**

Für Rotation eines Produktes von skalarem Feld  $f$  und Vektorfeld  $\vec{a}$  gilt

$$\text{rot}(f\vec{a}) = f \text{rot } \vec{a} + \text{grad } f \times \vec{a}.$$

2. (4 Punkte)

Ein Teilchen bewegt sich im Zentralkraftpotential des dreidimensionalen harmonischen Oszillators  $V(r) = kr^2$ . Der Drehimpuls des Teilchens ist  $L$  und die Masse des Teilchens ist  $m$ . Für welche Gesamtenergie bewegt sich das Teilchen auf einer Kreibahn und geben Sie den Radius  $R$  an.

3. (4 Punkte)

Ein Teilchen bewege sich unter dem Einfluß einer Zentralkraft (in drei Dimensionen), deren Potenzial gegeben sei durch

$$U(r) = kr^{\alpha+1} \quad \text{mit} \quad r = |\vec{r}|$$

Die Fälle  $\alpha = 0$  und  $\alpha = -1$  seien aus physikalischen Gründen aus der Betrachtung ausgeschlossen. Für welche  $\alpha$  existieren stabile Kreisbahnen, d.h. solche, auf denen das effektive Potential ein Minimum besitzt?