

### 3. Bewegungen im Potentialfeld

1. (4 Punkte)

Gegeben sei das dreidimensionale Yukawa-Potenzial

$$V(r) = -\frac{e^{-kr}}{r} \quad \text{mit} \quad r = |\tilde{r}| \quad \text{und} \quad k = \text{const}$$

Berechnen Sie das zum Yukawa-Potenzial gehörige Kraftfeld.

2. (4 Punkte)

Das Kraftfeld eines Fadenpendels hat folgende qualitative Form  $F(\varphi) = -a \sin \varphi$ , wobei  $\varphi$  der Auslenkwinkel und  $a = mg > 0$  ist.

(a) Bestimmen Sie das zugehörigen Potential.

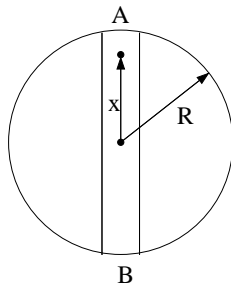
(b) Diskutieren Sie qualitativ die Bewegungsmöglichkeiten für verschiedene Energiewerte, d.h. beschreiben Sie qualitativ einschließlich Skizze das Phasenportrait. Wegen der Periodizität reicht die Betrachtung im Intervall  $-\pi < \varphi < \pi$  aus.

3. (4 Punkte)

Man stelle sich einen Tunnel durch den Erdmittelpunkt (Erdmasse  $M$ , Erdradius  $R$ , Gravitationskonstante  $G$ ) vor. Ein Teilchen der Masse  $m$ , das sich in diesem Tunnel befindet, unterliegt folgendem Potential:

$$U(x) = -G \frac{Mm}{2R} \left( 3 - \frac{x^2}{R^2} \right),$$

wobei  $x$  die vertikale Koordinatenachse mit dem Koordinatenursprung im Erdmittelpunkt darstellt.



(a) Bestimmen Sie die zugehörige Kraft  $F(x)$ .

(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und lösen Sie diese für den Fall, dass die Bewegung des Teilchens an der Erdoberfläche mit der Geschwindigkeit  $v_0 = 0$  beginnt.

(c) Welche Zeit benötigt das Teilchen, um die Erde einmal von A nach B zu durchlaufen?